

Allgemeine Hinweise zu den Aufgaben:

Zunächst sollte versucht werden, die Aufgaben ausschließlich unter der Verwendung derjenigen Hilfsmittel zu bearbeiten, die auch in Klausuren zugelassen sind, also Formelsammlung und Taschenrechner. Weitere Hilfsmittel (Scripte, Aufzeichnungen, Lehrbuch) sollten erst dann hinzugezogen werden, wenn auch nach längerem Nachdenken kein zielführender Lösungsansatz gefunden werden kann. Der Zeitbedarf pro Aufgabe liegt bei ca. 30 - 90 Minuten.

Der einleitende Text beschreibt einen Sachverhalt und kennzeichnet relevante Größen. Die nachfolgenden Arbeitsaufträge definieren die entsprechende Fragestellung.

Vor einer Lösung der Aufgaben sollte in jedem Fall zunächst der entsprechende Versuchsaufbau skizziert, angemessen beschriftet und verbal der Aufbau und ggf. detaillierter als im einleitenden Text die Durchführung, erwartete Beobachtungen sowie das Versuchsziel beschrieben werden.

Nach der Lösung von Aufgaben, die die Herleitung einer Formel enthalten, sollten geeignete konkrete Werte sinnvoll ausgewählt und eingesetzt werden, um die Größenordnungen abschätzen zu lernen.

Ü-11 (Beugung und Interferenz am Spalt)

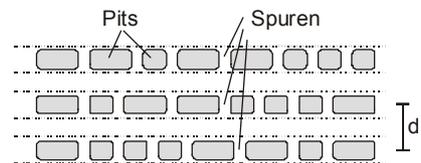
Sowohl Einfach- als auch Mehrfachspalte erzeugen charakteristische Interferenzmuster auf einem Schirm, wenn die Spaltbreiten und Spaltabstände in der Größenordnung der Wellenlänge des verwendeten Lichtes liegen.

- a) Beschreiben Sie das Zustandekommen des Interferenzmusters am Beispiel eines Doppelspalt mit dem Spaltabstand d , wobei die Spaltbreite vernachlässigt werden darf.
- b) Erläutern Sie anhand eines Einfachspaltes der Breite b , wie man mit dem Zeigerkonzept Aussagen über den Intensitätsverlauf auf dem Schirm erhalten kann.

Ü-12 (Reflexionsgitter)

Auf einer CD werden binäre Daten in Form von sog. „Pits“ gespeichert. Diese sind in Form einer Spirale von innen nach außen angeordnet, wobei der Spurbabstand ca. $1,6 \mu\text{m}$ beträgt (vergl. nebenstehende Skizze).

Beleuchtet man die Oberfläche einer CD mit senkrecht einfallendem weißem oder monochromatischem Licht, so bildet das reflektierte Licht auf einem parallel zur CD-Oberfläche ausgerichteten Schirm ein Interferenzmuster.



- a) Skizzieren und erläutern Sie eine Versuchsanordnung, mit der eine CD zur Spektralanalyse von Licht verwendet werden kann und leiten Sie die entsprechenden Gleichungen her.
- b) Beschreiben Sie, welche Veränderungen zu erwarten sind, wenn das Licht z.B. eines Laserpointers nicht mehr senkrecht, sondern in einem Winkel ϕ zum Lot auf die CD fällt, wobei die Richtung des Winkels senkrecht zur Spurrichtung steht.

Ü-13 (Bragg-Reflexion)

Zur Röntgenspektralanalyse wird die Bragg-Reflexion verwendet. Das beugende System ist dabei ein Kristall mit einem genau definierten Ebenenabstand d der einzelnen Netzebenen des Kristalls.

- a) Skizzieren und beschreiben Sie eine geeignete Versuchsanordnung zur Röntgenspektralanalyse und leiten Sie die entsprechenden Gleichungen her, mit der Aussagen über die Wellenlängen der beobachteten Strahlung gemacht werden kann.
- b) Vergleichen Sie die Bragg-Reflexion mit der Reflexion an einer Oberfläche wie in Ü-12.

Ü-14 (Welle-Teilchen-Dualismus)

In der Wechselwirkung mit Materie zeigt Licht Eigenschaften, die durch die Wellennatur des Lichtes allein nicht mehr zu deuten sind. Ähnliches gilt für den Energietransport durch mikroskopische Objekte, deren Energie in der Größenordnung elektro-magnetischer Wellen liegt.

- a) Erläutern, vergleichen und deuten Sie je ein Experiment, das diesen Sachverhalt einerseits für Licht, andererseits für Elektronen darstellt.
- b) Zeigen Sie anhand eines geeigneten Beispiels, dass für makroskopische Objekte dieser Dualismus nicht mehr in Erscheinung tritt und geben Sie begründet an, ab welcher Größenordnung von Quantenobjekten gesprochen werden muss.

Ü-15 (h-Bestimmung)

Leuchtdioden emittieren Licht verschiedener Wellenlängen, dabei hängt die Spannung U_{min} , ab der eine Lichtemission zu beobachten ist, von der Wellenlänge λ ab (siehe nebenstehende Tabelle).

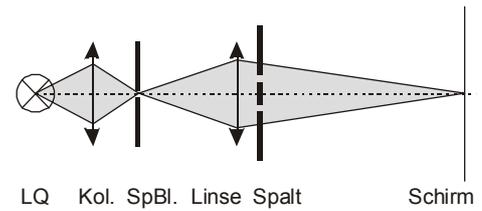
λ	950	635	560	nm
U_{min}	0,94	1,56	1,72	V

- a) Zeigen Sie, dass sich aus den Messwerten das Planck'sche Wirkungsquantum h bestimmen lässt.
- b) Beschreiben Sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu anderen Experimenten zur h -Bestimmung.

Lsg. Ü-11

Versuchsziel: Untersuchung von Interferenzerscheinungen am Spalt

Aufbau: Das Licht einer Lichtquelle wird durch eine Kollimatorlinse auf eine Spaltblende abgebildet. Das angenähert kohärente Licht der Spaltblende wird durch eine weitere Linse auf einen Schirm projiziert, sodass ein scharfes Bild der Spaltblende entsteht. Anschließend wird das zu untersuchende Spaltsystem zwischen Abbildungslinse und Schirm eingebracht.

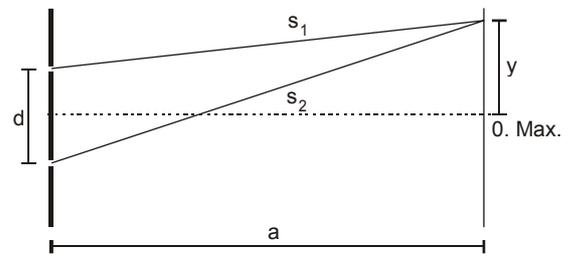


Skizze: siehe Abbildung rechts

Durchführung: Auf dem Schirm im Abstand a erkennt man ein Interferenzmuster. Dieses variiert mit der Art des Spaltsystems, dem Spaltabstand d bzw. der Spaltbreite b und der Wellenlänge λ des verwendeten Lichtes.

- a) Das von der Linse auf den Spalt treffende Licht kann in erster Näherung als System von parallelen Wellenfronten aufgefasst werden. Die lichtundurchlässigen Teile des Spaltsystems absorbieren die entsprechenden Teile der Wellenfronten, lediglich an den beiden Spaltöffnungen können sie das Spaltsystem passieren. Nach dem Huygens'schen Prinzip ist jeder Teil einer Wellenfront Ausgangspunkt einer kreisförmigen Elementarwelle, somit bilden die beiden Spaltmitten Erregerzentren, von denen sich kreisförmige Elementarwellen ausbreiten.

Bei der weiteren Ausbreitung in Richtung des Schirmes legen die zugehörigen Wellenfronten nun je nach Auftreffpunkt auf den Schirm unterschiedliche Wege s_1 und s_2 zurück (vergl. nebenstehende Skizze). Beim Auftreffen auf den Schirm tritt Interferenz auf, die je nach Phasenbeziehung der beiden interferierenden Wellen destruktiv oder konstruktiv sein kann. Beträgt der Weglängenunterschied Δs der beiden Weglängen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ , entsteht ein Intensitätsmaximum, bei einer Phasendifferenz von einem ungeradzahligem Vielfachen der halben Wellenlänge dagegen entsteht ein Intensitätsminimum.



Die Lichtwege, die den Schirm auf der optischen Achse treffen, weisen unabhängig von der Wellenlänge keinen Weglängenunterschied auf, folglich findet man hier in jedem Fall ein Intensitätsmaximum, das als Maximum 0. Ordnung bezeichnet wird. Für jeden anderen Ort auf dem Schirm im Abstand y vom 0. Maximum ergibt sich für den Weglängenunterschied

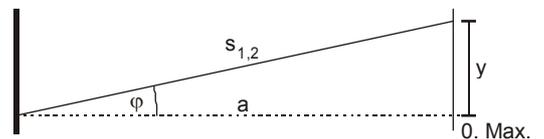
$$\Delta s = s_2 - s_1 \tag{11.1}$$

Aus den gemessenen bzw. bekannten Größen d , a und y erhält man

$$s_1 = \sqrt{a^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2} \quad \text{bzw.} \quad s_2 = \sqrt{a^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2} \tag{11.2}$$

und kann daraus folglich die Weglängendifferenz bestimmen.

Ist der Schirmabstand a groß gegenüber dem Spaltabstand d , verlaufen die beiden Lichtwege angenähert parallel. In diesem Fall lässt sich der Weglängenunterschied für jeden beliebigen Punkt auf dem Schirm erheblich leichter aus den gegebenen Größen berechnen. Aus dem Auftreffpunkt im Abstand y kann man den Winkel φ bestimmen, den die beiden Lichtwege mit der optischen Achse einschließen. Entsprechend der nebenstehenden Skizze erhält man



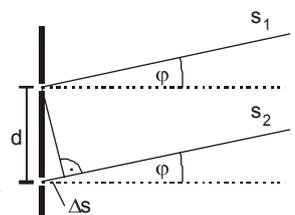
$$\tan(\varphi) = \frac{y}{a} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \arctan\left(\frac{y}{a}\right) \tag{11.3}$$

In der Umgebung des Spaltsystems ergibt sich die Weglängendifferenz Δs aus dem Winkel φ und dem Spaltabstand d nach der Skizze rechts zu

$$\sin(\varphi) = \frac{\Delta s}{d} \quad \Rightarrow \quad \Delta s = d \cdot \sin(\varphi) = d \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{y}{a}\right)\right) \tag{11.4}$$

Für hinreichend kleine Winkel φ ist $\sin(\varphi) = \tan(\varphi) = \varphi$ (im Bogenmaß) und man erhält

$$\Delta s = d \cdot \frac{y}{a} \quad (\text{Kleinwinkelnäherung}) \tag{11.5}$$



Zum Auftreten konstruktiver Interferenz muss der Weglängenunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ sein, somit gilt

$$\Delta s = n \cdot \lambda \quad (n \in \mathbb{N}) \tag{11.6}$$

Einsetzen in (11.4) ergibt die Bedingung

$$\Delta s = d \cdot \sin(\varphi) = n \cdot \lambda \tag{11.7}$$

Damit erhält man für den Winkel φ , unter dem konstruktive Interferenz auftritt, die Beziehung:

$$\sin(\varphi) = \frac{n \cdot \lambda}{d} \tag{11.8}$$

Da n eine natürliche Zahl ist, ergeben sich unter Umständen mehrere Orte, an denen konstruktive Interferenz auftritt, dazwischen findet man jeweils Orte, an denen durch destruktive Interferenz ein Helligkeitsminimum auftritt.

Für $n = 0$ erhält man für das 0. Maximum wie zu erwarten den Weglängenunterschied 0. Die Anzahl n_{\max} der auftretenden Maxima ist endlich, da der Quotient auf der rechten Seite kleiner als 1 sein muss, es muss also gelten:

$$\frac{n_{\max} \cdot \lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow n_{\max} \leq \frac{d}{\lambda} \tag{11.9}$$

der Spaltabstand muss also größer als die Wellenlänge sein, damit neben dem 0. Maximum wenigstens ein weiteres Interferenzmaximum auftritt.

- b) Nach dem Huygens'schen Prinzip ist jeder Punkt einer Wellenfront wieder Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Trifft eine Wellenfront also auf einen Einfachspalt der Breite b , so kann man für jeden Punkt P auf dem Schirm eine beliebige Anzahl von Wegen angeben, auf denen das Licht zum Punkt P gelangt. Dabei ist die Phasendifferenz eng benachbarter Wege geringer als bei weiter auseinanderliegenden Wegen. Die Intensität in P wird also bestimmt durch die Überlagerung einer Vielzahl von Wellenzügen unterschiedlicher Phasenlagen.

Der Phasenwinkel eines solchen Weges lässt sich durch einen Vektor darstellen, wobei Wege mit dem gleichen Phasenwinkel als Vektoren mit der gleichen Richtung, Wege mit einem Phasenwinkel von 180° als Vektoren mit entgegengesetzter Richtung auftreten. Die Verkettung aller dieser Vektoren ergibt einen Resultatvektor, dessen Länge ein Maß für die Amplitude der Welle an diesem Ort ist. Die Intensität ergibt sich dann aus dem Amplitudenquadrat.

Um den Phasenwinkel eines Weges zu bestimmen, berechnet man nach nebenstehender Skizze die Länge s_i des i -ten Weges nach

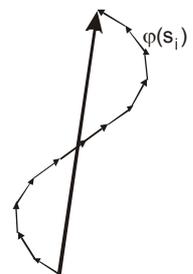
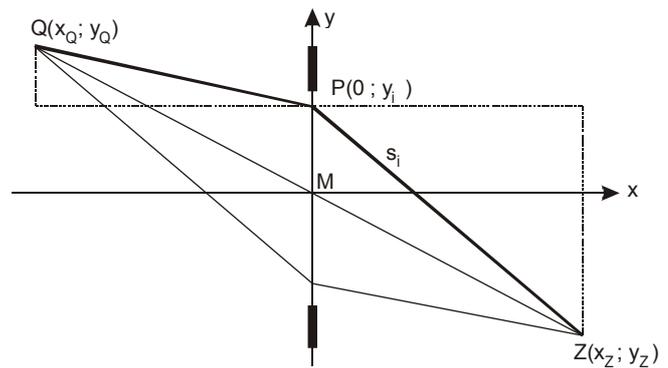
$$s_i = \sqrt{x_Q^2 + (y_i - y_Q)^2} + \sqrt{x_Z^2 + (y_Z - y_i)^2} \tag{11.10}$$

Aus der Wellenlänge λ und der Weglänge s_i erhält man im Bogenmaß den Phasenwinkel φ_i aus

$$\varphi_i = 2 \cdot \pi \cdot \frac{s_i}{\lambda} \tag{11.11}$$

Der Weglänge s_i wird nun ein Zeiger mit dem gleichen Phasenwinkel φ_i zugeordnet. Für mehrere verschiedene Weglängen ergibt sich daraus eine Zeigerkette wie in nebenstehender Abbildung, der Resultatvektor ist dabei hervorgehoben.

Bestimmt man auf diese Weise für jeden Punkt $Z(x_Z; y_Z)$ auf dem Schirm über die resultierende Zeigerlänge die Amplitude, die sich aus n Lichtwegen durch den Spalt ergibt, erhält man nach Quadrieren der Zeigerlängen eine Aussage über den Intensitätsverlauf auf dem Schirm in Abhängigkeit vom Ort Z .



Beispielrechnung: Doppelspalt mit $d = 0,2 \text{ mm}$; $\lambda = 640 \text{ nm}$; $a = 5 \text{ m}$

Der Winkel für das erste Interferenzmaximum ($n = 1$) ergibt sich nach (11.8) zu

$$\sin(\varphi) = \frac{n \cdot \lambda}{d} \Rightarrow \varphi = \arcsin\left(\frac{1 \cdot 640 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}\right) = 0,183^\circ$$

Nach (11.3) ergibt sich für den Abstand des 1. Maximums vom 0. Maximum die Strecke

$$\tan(\varphi) = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a \cdot \tan(\varphi) = 5 \text{ m} \cdot \tan(0,183^\circ) = 0,016 \text{ m} = 1,6 \text{ cm}$$

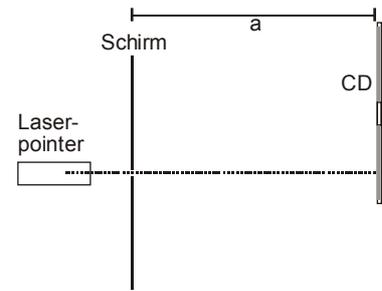
Lsg. Ü-12

Versuchsziel: Untersuchung von Interferenzerscheinungen an einer CD

Aufbau: Das Licht eines Laserpointers mit der Wellenlänge λ wird durch einen mit einer Lochblende versehenen Schirm, der sich im Abstand a von der CD-Oberfläche befindet, senkrecht auf den beschriebenen Bereich einer CD gerichtet.

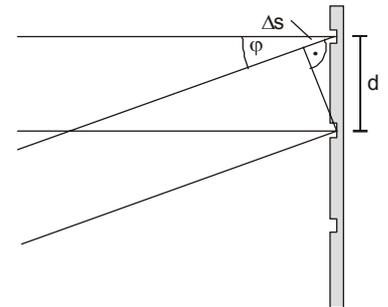
Skizze: siehe Abbildung rechts

Durchführung: Auf dem Schirm erkennt man ein Interferenzmuster. Der Abstand y des 1. Maximums von der Lochblende wird gemessen.



- a) Die einzelnen Pits der CD wirken als Streuzentren für das vom Laserpointer einfallende Licht. Nach dem Huygens'schen Prinzip wird das Licht in Form von Kugelwellen von diesen Streuzentren zurückgestreut. Da die Pits innerhalb einer Spur unregelmäßig verteilt sind, erzeugen diese kein regelmäßiges Interferenzmuster, wohl aber die Pits in benachbarten Spuren, da deren Abstände über mehrere Spuren hinweg im Mittel übereinstimmen. Damit wirkt die CD-Oberfläche wie ein regelmäßiges Reflexionsgitter mit dem Spaltabstand d .

Das Interferenzmuster kommt dadurch zustande, dass sich die Lichtwege benachbarter Pits konstruktiv überlagern. Im reflektierten Licht stimmen die Lichtwege überein, das 0. Maximum fällt somit mit dem einfallenden Lichtstrahl zusammen. In einem Winkel φ zum einfallenden Lichtstrahl ergibt sich ein Weglängenunterschied Δs , der dann zu konstruktiver Interferenz führt, wenn dieser ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ annimmt. Gemäß den Bezeichnungen in der nebenstehenden Skizze erhält man



$$\Delta s = d \cdot \sin(\varphi) \tag{12.1}$$

und somit für das Auftreten konstruktiver Interferenz den Ausdruck

$$d \cdot \sin(\varphi) = n \cdot \lambda \tag{12.2}$$

Auf dem Schirm im Abstand a ergibt sich somit aus dem Abstand y_n des n -ten Maximums für den Winkel φ_n

$$y_n = a \cdot \tan(\varphi_n) \quad \Rightarrow \quad \varphi_n = \arctan\left(\frac{y_n}{a}\right) \tag{12.3}$$

Bei den hier zu beobachtenden großen Winkeln ist eine Kleinwinkelnäherung nicht mehr zulässig. Aus den messbaren Größen a und y_n erhält man so für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{d}{n} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{y_n}{a}\right)\right) \tag{12.4}$$

Beispielrechnung: $a = 0,3 \text{ m}; \quad y_1 = 13,1 \text{ cm} \quad y_2 = 40 \text{ cm}$

Nach 12.4 erhält man für die Wellenlänge

$$\lambda_{n=1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{1} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{0,131 \text{ m}}{0,3 \text{ m}}\right)\right) = 640 \text{ nm}; \quad \lambda_{n=2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{0,400 \text{ m}}{0,3 \text{ m}}\right)\right) = 640 \text{ nm}$$

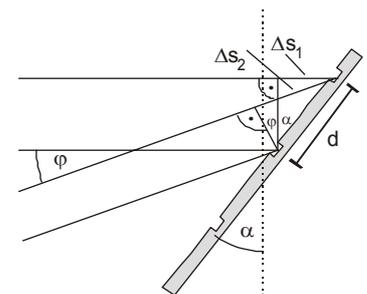
die beiden gemessenen Maxima stellen also das 1. und 2. Maximum der Wellenlänge $\lambda = 640 \text{ nm}$ dar.

- b) Wird die CD gegen den einfallenden Lichtstrahl gekippt, ergibt sich eine Situation wie in der nebenstehenden Abbildung. Der Weglängenunterschied Δs setzt sich nun zusammen aus den beiden Teilstrecken Δs_1 und Δs_2 . Es gilt:

$$\Delta s_1 = d \cdot \sin(\alpha) \quad \text{und} \quad \Delta s_2 = d \cdot \sin(\alpha + \varphi) \tag{12.5}$$

Damit erhält man als Interferenzbedingung

$$n \cdot \lambda = \Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = d \cdot (\sin(\alpha) + \sin(\alpha + \varphi)) \tag{12.6}$$

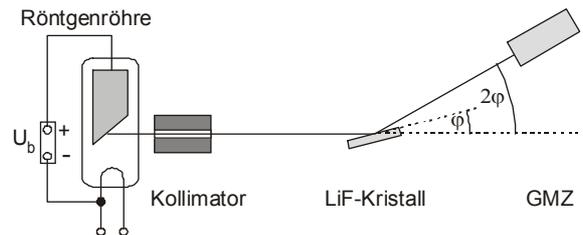


Für $\alpha = 0^\circ$ geht (12.6) in (12.2) über, für $\alpha > 0^\circ$ nimmt die Weglängendifferenz für die eingezeichnete Strahlrichtung zu, d.h., die Abstände der Maxima auf dem Schirm auf der Seite, zu der die CD gekippt ist, nehmen ab, während sie auf der anderen Schirmseite zunehmen. Der Winkel des 0. Maximum ergibt sich für $\sin(\alpha) = -\sin(\alpha + \varphi)$, also $\varphi = -2 \cdot \alpha$, da hier der Weglängenunterschied Null wird.

Lsg. Ü-13

Versuchsziel: Untersuchung des Spektrums von Röntgenstrahlung

Aufbau: Aus dem von einer Röntgenröhre emittierten Röntgenlicht wird durch eine Kollimatorblende ein dünner Strahl ausgeblendet. Dieser fällt auf einen ebenen Einkristall z.B. aus LiF, der um eine parallel zur Oberfläche liegenden Achse um den Winkel φ gedreht werden kann. Ein Geiger-Müller-Zählrohr ist an einem um die gleiche Achse drehbaren Ausleger angebracht, die aktuelle Zählrate wird mit einem Impulszähler gemessen.



Skizze: siehe Abbildung rechts

Durchführung: In dieser Anordnung können Röntgenröhren mit verschiedenen Anodenmaterialien eingesetzt werden. Die Beschleunigungsspannung U_b zwischen Kathode und Anode wird variiert. Um das Röntgenspektrum aufzunehmen, wird der Kristall in hinreichend kleinen Schritten gedreht und das Zählrohr auf den jeweils doppelten Winkel des Kristalls eingestellt. Die gemessene Zählrate ist ein Maß für die Intensität der Röntgenstrahlung an dieser Position.

- a) Der Einkristall besteht aus einer regelmäßigen Anordnung von Atomen. Bei einem Schnitt des Kristalls parallel zu den Atomebenen bilden die einzelnen Atomlagen Ebenen im Abstand d parallel zur Oberfläche.

Trifft eine Wellenfront (in der nebenstehenden Skizze von schräg links oben einfallend) auf diese Atomlagen, bildet jedes Atom ein Streuzentrum gemäß des Huygens'schen Prinzips. In Richtung des Zählrohrs ergibt sich für jeden Lichtweg benachbarter Atomlagen ein Weglängenunterschied Δs , für den gilt:

$$\Delta s = s_1 + s_2 \tag{13.1}$$

Wenn der Kristall um den Winkel φ gegen den einfallenden Lichtstrahl gedreht wurde, ergibt sich für die beiden Teilstrecken s_1 und s_2 die Beziehung

$$s_1 = s_2 = d \cdot \sin(\varphi) \tag{13.2}$$

Damit erhält man für den gesamten Weglängenunterschied

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sin(\varphi) \tag{13.3}$$

Die ausfallenden Lichtstrahlen interferieren am Ort des Zählrohrs. Beträgt der Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ , so entsteht konstruktive Interferenz. Somit erhält man

$$\Delta s = n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\varphi) \tag{13.4}$$

Damit lässt sich jedem Kristallwinkel φ eine Wellenlänge λ zuordnen, für die gilt:

$$\lambda = \frac{2 \cdot d \cdot \sin(\varphi_n)}{n} \tag{13.5}$$

Die minimale Wellenlänge λ_{\min} , die in der Röntgenstrahlung auftreten kann, wird bestimmt durch die maximale Energie E_{\max} der Elektronen, mit denen in der Röntgenröhre die Röntgenstrahlung erzeugt wird. Für diese Energie gilt

$$E_{\max} = e \cdot U_b \tag{13.6}$$

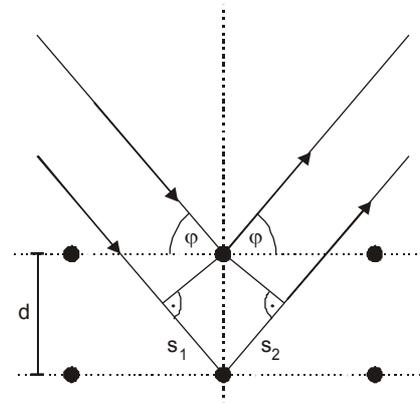
und mit

$$E_{ph} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \tag{13.7}$$

erhält man somit

$$E_{\max} = E_{ph} \Rightarrow e \cdot U_b = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\min} = h \cdot \frac{c}{e \cdot U_b} \tag{13.8}$$

Das zu beobachtende Röntgenspektrum zeigt also ein kontinuierliches Spektrum der Bremsstrahlung mit einer unteren Grenze bei der Wellenlänge λ_{\min} .



- b) Bei der Reflexion an den Streuzentren einer Oberfläche liegen diese in einem regelmäßigen Abstand nebeneinander. Nach dem Reflexionsgesetz findet sich das Maximum 0. Ordnung unter dem gleichen Winkel auf der anderen Seite des Einfallslot, unter dem die Lichtstrahlen auf die Oberfläche treffen („Einfallswinkel gleich „Ausfallswinkel“). Interferenzmaxima höherer Ordnung entstehen durch Gangunterschiede der Lichtwege bei Winkeln, die vom Einfallswinkel abweichen.

Bei der Bragg-Reflexion erfolgt die Streuung des Lichtes an verschiedenen Streuzentren in Ebenen auf und unter der Oberfläche. Hier ergibt sich bereits für Lichtwege, die dem Reflexionsgesetz entsprechen, ein Gangunterschied, der zur Interferenz führt. Der reflektierte Lichtstrahl bildet somit das Maximum 1. Ordnung. Auch hier treten bei einem bestimmten Kristallwinkel höhere Ordnungen auf, diese sind aber erheblich intensitätsärmer und werden nur erfasst, wenn die starre Koppelung zwischen Kristall- und Zählrohrwinkel aufgehoben wird. Bei der Bragg-Reflexion werden deshalb abweichend von Oberflächen- oder Transmissionsgittern Maxima höherer Ordnungen den Kristallwinkeln zugeordnet, bei denen der Gangunterschied bei Einhaltung des Reflexionsgesetzes ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge annimmt.

Beispielrechnung: $U_b = 15 \text{ kV}; \quad d = 201 \text{ pm (LiF)}$

Nach (13.8) erhält man für die Grenzwellenlänge

$$\lambda_{\min} = h \cdot \frac{c}{e \cdot U_b} = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 15 \cdot 10^3 \text{ V}} = 82,2 \text{ pm}$$

Der zugehörige Kristallwinkel φ_{\min} , ab dem ein Spektrum zu beobachten ist, ergibt sich dann nach (13.4) zu

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\varphi) \quad \Rightarrow \quad \varphi_{\min} = \arcsin\left(\frac{n \cdot \lambda_{\min}}{2 \cdot d}\right) = \arcsin\left(\frac{1 \cdot 82,2 \text{ pm}}{2 \cdot 201 \text{ pm}}\right) = 11,8^\circ$$

Lsg. Ü-14

Versuchsziel: Demonstration des Welle-Teilchen-Dualismus

Aufbau: siehe im Text der nachfolgenden Lsg. zu a)

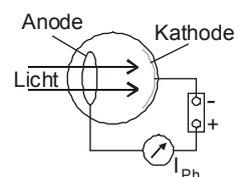
Skizze: siehe im Text der nachfolgenden Lsg. zu a)

Durchführung: siehe im Text der nachfolgenden Lsg. zu a)

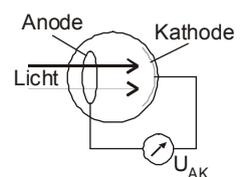
a) Licht

Licht im klassischen Sinne transportiert Energie, die vor allem von der Intensität des Lichtes abhängt. Diese führt z.B. zur Erwärmung von Körpern (Energietransport durch Strahlung). Sie versagt allerdings bei der Erklärung bestimmter Phänomene, z.B. beim Auslösen von chemischen Reaktionen in bestimmten Molekülen, wo statt der Intensität die Wellenlänge des Lichtes von Bedeutung ist (z.B. Photosynthese).

Beleuchtet man die Photokathode einer Vakuum-Photozelle nach nebenstehender Skizze, so stellt man fest, dass der Photostrom I_{ph} von der Intensität des Lichtes abhängt. Andererseits zeigt sich aber auch, dass bei zunehmender Wellenlänge des verwendeten Lichtes der Photostrom abnimmt und ab einer bestimmten Wellenlänge überhaupt kein Photostrom mehr zu messen ist.



Ein Ansatz zur Deutung des letzten Phänomens ergibt sich, wenn man die Vakuum-Photozelle nach nebenstehender Schaltung betreibt, wobei die Spannung mit einem statischen Voltmeter gemessen wird. Je nach Wellenlänge λ des verwendeten monochromatischen Lichtes stellt sich eine bestimmte Gegenspannung U_{AK} zwischen Kathode und Anode ein, die von der Intensität des Lichtes unabhängig ist. Auch hier kann man beobachten, dass oberhalb einer bestimmten Wellenlänge keine Gegenspannung mehr auftritt. Hier werden Elektronen durch das Licht aus der Kathode ausgelöst und wandern zur Anode, die sich daraufhin negativ auflädt, da die Ladungen über das statische Voltmeter nicht abfließen können. Jedes weitere Elektron, das nun zur Anode wandert, muss gegen das elektrische Feld zwischen Kathode und Anode anlaufen, und nur diejenigen Elektronen können noch die Anode erreichen, deren Anfangsenergie groß genug ist. Da sich eine bestimmte Spannung unabhängig von der Intensität des Lichtes einstellt, ist dies ein Indiz dafür, dass es auch bei zunehmender Intensität keine Elektronen gibt, die eine höhere Energie aufweisen. Für die Energie der Elektronen gilt somit:

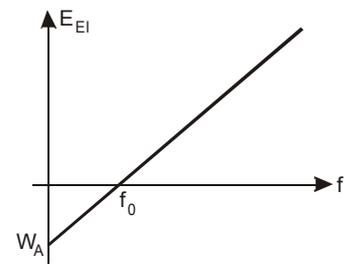


$$E_{\text{El}} = e \cdot U_{\text{AK}} \quad (14.1)$$

Trägt man die Elektronenenergie E_{El} in Abhängigkeit von der Frequenz des eingestrahlten Lichtes auf, erhält man einen Graphen wie in nebenstehender Abbildung. Die Steigung ergibt das Plancksche Wirkungsquantum h , somit gilt für den Funktionsterm des Graphen

$$E_{\text{El}} = h \cdot f - W_A \quad (14.2)$$

darin ist W_A die Austrittsarbeit, das ist die Energie, die die Elektronen benötigen, um den Potenzialwall des Kathodenmaterials zu überwinden und somit die Kathode zu verlassen. Die Frequenz f_0 kennzeichnet die zugehörige Frequenz, ab der die zugeführte Energie hinreichend groß ist, um ein Elektron herauszulösen.



Bei höheren Frequenzen und somit kleineren Wellenlängen verbleibt für das Elektron eine Restenergie in Form von kinetischer Energie, mit der es sich zur Anode bewegt.

Die lineare Abhängigkeit der Elektronenenergie von der Frequenz des Lichtes legt nahe, dass jeweils ein Elektron vom Licht eine bestimmte, von der Frequenz abhängige Energiemenge aufnimmt, hier ist die Wechselwirkung des Lichtes mit dem Elektron vergleichbar mit der Stoßwechselwirkung zwischen zwei Körpern. Die durch das Licht zugeführte Energie ergibt sich zu

$$E_{\text{ph}} = h \cdot f \quad (14.3)$$

ist also eindeutig bestimmt. Da das Licht also Energie nur in Form genau definierter Energieportionen abgibt, spricht man in diesem Zusammenhang von Lichtquanten oder Photonen. Nach der speziellen Relativitätstheorie kann man einem Teilchen auf Grund seiner Gesamtenergie eine relativistische Masse m_{r} zuordnen, es gilt:

$$E_{\text{R}} = m_{\text{R}} \cdot c^2 \quad (14.4)$$

Somit kann man einem Photon ebenfalls eine Masse m_{ph} zuordnen, wobei die Ruhemasse des Photons Null sein muss, da sich ein Photon ja mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Man erhält:

$$m_{\text{ph}} = \frac{E_{\text{R}}}{c^2} = \frac{h \cdot f}{c^2} \quad (14.5)$$

Eine bewegte Masse besitzt aber auch einen Impuls p , und da sich das Photon mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, gilt

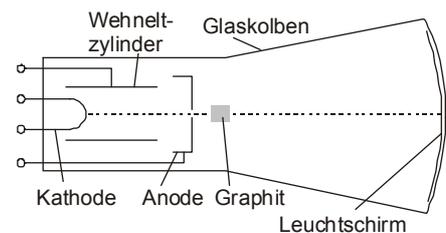
$$p = m_{\text{ph}} \cdot c \quad (14.6)$$

Setzt man (14.5) in (14.6) ein, ergibt sich für den Impuls eines Photons die Beziehung

$$p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (14.7)$$

Elektronen

In der Elektronenbeugungsröhre richtet man einen Elektronenstrahl auf ein mit Graphit bestäubtes Gitter. Hinter dem Gitter ist ein Leuchtschirm angebracht. Auf dem Schirm erkennt man ein kreissymmetrisches Interferenzmuster, das zwei ausgeprägte Interferenzmaxima aufweist. Die Radien der beiden Ringe sind von der Beschleunigungsspannung U_b abhängig. Mit einem Magneten kann man nachweisen, dass die Leuchterscheinung auf dem Schirm auf bewegte Ladungsträger zurückzuführen ist und nicht von Lichtwellen herrührt, die von dem Graphit ausgehen.



Das Schirmbild lässt sich durch Bragg-Reflexion von Wellen an den Kristalliten des Graphits zurückführen, dabei kann man davon ausgehen, dass sich immer eine hinreichend große Anzahl von Kristalliten im entsprechenden Bragg-Winkel zum einfallenden Strahl befinden. Bei bekanntem Netzebenenabstand des Graphitgitters (Graphit weist zwei Netzebenen in den Abständen $d_1 = 123 \text{ pm}$ und $d_2 = 213 \text{ pm}$ auf) lässt sich aus den Ringradien r_1 und r_2 auf die Wellenlänge λ schließen. Nach (13.5) gilt bei einem Abstand a zwischen Schirm und Graphitkristall unter der Annahme, dass $n = 1$ ist, die Beziehung

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\varphi_n) = 2 \cdot d_i \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{r_i}{a}\right)\right) \quad (14.8)$$

Die entsprechende Wellenlänge λ kann man durch Messung von r_i und a bestimmen.

Da sich das Elektron mit der Geschwindigkeit v bewegt, hat es den Impuls

$$p = m_e \cdot v \quad (14.9)$$

Nach Gleichung (14.7) kann man so auch dem Elektron eine Wellenlänge λ zuordnen, die als deBroglie-Wellenlänge

bezeichnet wird. Durch Einsetzen von (14.7) in (14.9) erhält man

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e \cdot v} \quad (14.10)$$

Die oben erwähnten Messungen bestätigen, dass diese Wellenlänge übereinstimmt mit der Wellenlänge, die für das Interferenzmuster verantwortlich ist. Somit kann man bewegten Elektronen ebenfalls eine Wellenlänge zuordnen.

- b) Nach Glg. (14.10) kann man jedem mit der Geschwindigkeit v bewegten Objekt mit einer Masse m eine Wellenlänge λ zuordnen. Damit die Welleneigenschaft nennenswert in Erscheinung tritt, muss die Wellenlänge in der Größenordnung der Objektgröße liegen. Für einen Körper mit dem Volumen V erhält man für die Masse

$$m = \rho \cdot V \quad (14.11)$$

Geht man der Einfachheit halber von einem würfelförmigen Objekt aus, ergibt sich aus der Kantenlänge a das Volumen zu

$$V = a^3 \quad (14.12)$$

Setzt man (14.11) und (14.12) in Gleichung (14.10) ein, so erhält man

$$\lambda = \frac{h}{\rho \cdot a^3 \cdot v} \quad (14.13)$$

Da es hier nur um eine Abschätzung der Größenordnungen geht, kann man sowohl Dichte als Geschwindigkeit mit dem Wert 1 ansetzen und erhält

$$\lambda = \frac{h}{a^3} \quad (14.14)$$

Wenn λ in der Größenordnung von a liegen soll, ergibt sich die Beziehung

$$a = \frac{h}{a^3} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt[4]{h} \quad (14.15)$$

die Kantenlänge des Objektes liegt also in der Größenordnung von etwa $5 \cdot 10^{-9}$ m und damit in der Größenordnung der Abmessungen eines Moleküls.

Beispielrechnung: $U_b = 2000$ V; $d_1 = 123$ pm; $d_2 = 213$ pm; $a = 0,15$ m

Für die Radien der beiden Ringe ergibt sich durch Auflösen von (14.8) nach r_i zu

$$r_i = a \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{\lambda}{2 \cdot d_i} \right) \right)$$

Die Wellenlänge λ erhält man nach (14.10) zu

$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m_e} \cdot U}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot e \cdot m_e \cdot U}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{\sqrt{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2000 \text{ V}}} = 27,4 \text{ pm}$$

Eingesetzt in die Gleichung für r_i erhält man

$$r_1 = 0,15 \text{ m} \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{27,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2 \cdot 123 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \right) \right) = 0,0168 \text{ m}$$

$$r_2 = 0,15 \text{ m} \cdot \tan \left(\arcsin \left(\frac{27,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2 \cdot 213 \cdot 10^{-12} \text{ m}} \right) \right) = 0,00967 \text{ m}$$

Ein Mikrostaubteilchen aus Ruß hat einen Durchmesser von ca. $1 \mu\text{m}$ und eine Dichte von ca. $2,5 \text{ kg/m}^3$. Auf Grund thermischer Bewegungen bewegt es sich mit ca. 10 m/s . Nach (14.3) erhält man für seine deBroglie-Wellenlänge

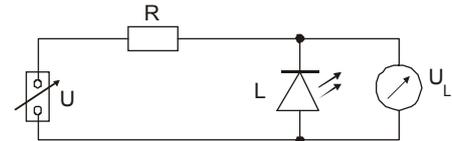
$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (1 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2,65 \cdot 10^{-17} \text{ m}$$

seine deBroglie-Wellenlänge ist also noch um 11 Größenordnungen kleiner als das Staubteilchen selbst.

Lsg. Ü-15

Versuchsziel: h-Bestimmung mit Leuchtdioden

Aufbau: Eine Leuchtdiode L ist über einen Vorwiderstand R zur Strombegrenzung an eine regelbare Spannungsquelle angeschlossen. Die Spannung an der Leuchtdiode wird mit einem Spannungsmessinstrument gemessen.



Skizze: siehe nebenstehende Skizze

Durchführung: Die Spannung an der Spannungsquelle wird soweit erhöht, dass gerade eben eine Leuchterscheinung an der Leuchtdiode festgestellt werden kann. Durch Austauschen der Leuchtdiode gegen andere mit einer anderen Emissionswellenlänge λ erhält man verschiedene Einsatzspannungen U_L .

a) Zunächst bestimmt man zu jeder Wellenlänge λ die zugehörige Frequenz f . Man erhält

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow f_1 = \frac{2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{950 \cdot 10^{-9} \text{m}} = 3,156 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; \quad f_2 = 4,721 \cdot 10^{14} \text{ Hz}; \quad f_3 = 5,354 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

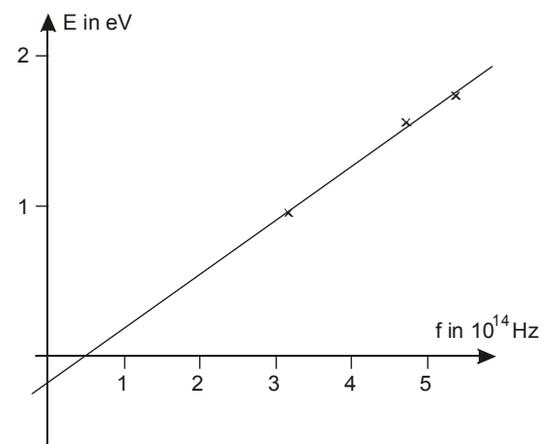
Die Lichtemission kommt dadurch zustande, dass Elektronen im Halbleitermaterial eine Potenzialdifferenz U durchlaufen, diese stimmt mit der gemessenen Spannung U_L überein. Daraus ergibt sich für die Energiedifferenz der Elektronen

$$E_{\text{el}} = e \cdot U \Rightarrow E_1 = 0,94 \text{ eV}; \quad E_2 = 1,56 \text{ eV}; \quad E_3 = 1,72 \text{ eV}$$

Eine graphische Auftragung von E_i in Abhängigkeit von f_i ergibt einen Verlauf wie in nebenstehender Abbildung und legt eine Näherung des zugehörigen Graphen durch eine Gerade nahe. Bestimmt man die Steigung der Geraden, so erhält man

$$h = \frac{\Delta E}{\Delta f} = \frac{1,72 \text{ eV} - 0,94 \text{ eV}}{5,354 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 3,156 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 3,549 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} = 5,685 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Dieser Wert weicht um 14% vom Literaturwert $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ab. Eine mögliche Ursache ist die bei Leuchtdioden ungenaue Bestimmung der Wellenlänge, da diese kein monochromatisches Licht aussenden, sondern innerhalb eines begrenzten Intervalls ein etwa kontinuierliches Spektrum, dessen Intensitätsmaximum die von der Leuchtdiode emittierte Farbe bestimmt.



b) Weitere Versuche zur Bestimmung von h sind mit einer Vakuum-Photozelle (vergl. Ü-14) oder mit der kurzwelligen Grenze der Röntgenstrahlung (vergl. Ü-13) möglich. Bei der Vakuum-Photozelle wird Licht bestimmter Wellenlänge auf das Kathodenmaterial gerichtet, dabei werden Elektronen ausgelöst, deren Energie bestimmt wird. Bei der Röntgenröhre werden Elektronen beschleunigt und treffen auf das Metall der Anode. Dort werden sie im Coulombfeld abgebremst und geben dabei ihre Energie in Form von Strahlung ab. Bei den Leuchtdioden bewegen sich Elektronen im Leitungsband von einer dotierten Schicht zu einer anderen. Die unterschiedliche Dotierung bewirkt, dass die Elektronen eine Potenzialdifferenz durchlaufen und die überschüssige Energie in Form von in der Regel sichtbarem Licht abgeben.

Bei der Röntgenröhre ergibt sich eine Ursprungsgerade, während bei den Leuchtdioden wie auch bei der Vakuum-Photozelle der Graph um einen bestimmten Betrag nach unten verschoben ist. Bei der Vakuum-Photozelle wird dieser Energiebetrag als Austrittsarbeit interpretiert, bei den Leuchtdioden ist er eher auf Messfehler zurückzuführen, da die das Licht emittierenden Elektronen nicht das Halbleitermaterial verlassen. Bei der Vakuum-Photozelle wird die kinetische Energie bestimmt, die die Elektronen nach Verlassen des Kathodenmaterials noch haben, während bei den Leuchtdioden die Energie bestimmt wird, die die Elektronen beim Durchlaufen der Potenzialdifferenz im Inneren des Halbleitermaterials in Form von Licht abgeben. Bei der Röntgenröhre wird ebenfalls die von Elektronen abgegebene Energie bestimmt, wobei es sich hier um den Maximalwert handelt, der höchstens von einem Elektron in einem einzigen (einstufigen) Bremsvorgang im Coulombfeld eines Atoms des Anodenmaterials abgegeben werden kann. Während bei der Vakuum-Photozelle die Energiebeträge mit denen bei der Leuchtdiode vergleichbar sind, handelt es sich bei der Röntgenröhre um Elektronenenergien, die um mehrere Zehnerpotenzen größer sind als bei den Leuchtdioden oder der Vakuum-Photozelle.